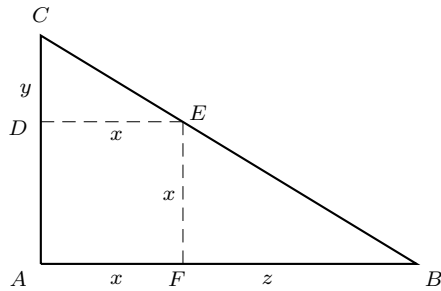


PROBLEMA-29

n° 22-1ª fase-2002-nivel III

Desde un punto de la hipotenusa de un triángulo rectángulo trazamos paralelas a los catetos quedando el triángulo dividido en un cuadrado de área Q y dos triángulos rectángulos de áreas T y R respectivamente. Si $\frac{T}{Q} = m$ entonces $\frac{R}{Q}$ es:

- A) $\frac{1}{2m+1}$ B) m C) $1-m$ D) $\frac{1}{4m}$ E) $\frac{1}{8m^2}$



En el triángulo rectángulo ABC trazamos desde un punto E de la hipotenusa dos segmentos paralelos a los catetos, DE y FE . Si determinan un cuadrado tenemos:

Longitud de los segmentos: $DE = FE$.

Los triángulos rectángulos DEC y FBE son semejantes (lados paralelos, ángulos iguales). Así que sus lados son proporcionales:

$$\frac{y}{x} = \frac{x}{z} \Rightarrow x^2 = y \cdot z$$

El área del triángulo DEC es: $T = \frac{x \cdot y}{2}$

El área del triángulo FBE es: $R = \frac{z \cdot x}{2}$

El área del cuadrado $AFED$ es: $Q = x^2$.

$$\frac{T}{Q} = m \Rightarrow \frac{\frac{xy}{2}}{x^2} = m \Rightarrow \frac{xy}{2x^2} = \frac{xy}{2yz} = \frac{x}{2z} = m \Rightarrow x = 2mz$$

Entonces: $Q = x^2 = 4m^2 z^2$

$$\frac{R}{Q} = \frac{\frac{z \cdot x}{2}}{4m^2 z^2} = \frac{z \cdot 2mz}{8m^2 z^2} = \frac{2mz^2}{8m^2 z^2} = \frac{1}{4m}$$

PROBLEMA-30

n° 11-1ª fase-2009-nivel III

María y Juan hacen la misma colección de cromos que consta de 240 cromos. María tiene 192 diferentes y Juan 160. Juntando sus cromos les faltarían aún 10 cromos para acabarla. ¿Cuántos cromos tiene María que no tiene Juan?

- A) 32 B) 36 C) 38 D) 48 E) 70

María tiene 192 cromos diferentes (no tiene ninguno repetido).

Juan tiene 160 cromos. Pero tiene algunos repetidos ya que si junta sus cromos con los de María en total tendrían más de 240 cromos de que consta la colección.

Juntos consiguen 230 cromos diferentes (les faltarían 10).

De estos 230 cromos diferentes, 192 son de María.

Entonces el número de cromos que tiene Juan y que no tiene María es: $230 - 192 = 38$

Y el número de cromos que tiene Juan y que también tiene María es: $230 - 38 = 192$

Por lo tanto el número de cromos que tiene María que no tiene Juan es: $192 - 122 = 70$