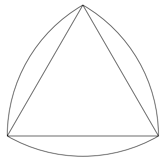
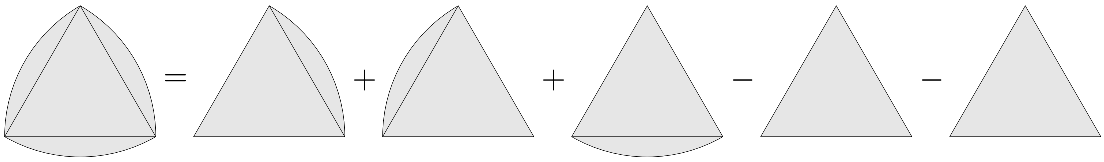
PROBLEMA 29 2007 - Primera fase - nº 8

El triángulo curvilíneo de la figura, está formado por tres arcos de centro un vértice del triángulo equilátero y radio su lado, que mide 2 cm. ¿Cuál es el área, en cm^2, del triángulo curvilíneo?



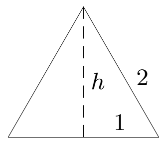
A) $2\pi + \sqrt{3}$ B) $\pi + \sqrt{3}$ $\boxed{\text{C) } 2(\pi - \sqrt{3})}$ D) $\pi - \sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3} - \pi$

El área pedida será igual a tres veces el área de un sector circular de radio 2 cm y amplitud 60º, menos dos veces el área del triángulo equilátero de lado 2 cm.



El área del sector es: $S_1 = \dfrac{\pi \cdot 2^2}{6} = \dfrac{2\pi}{3}$ (la sexta parte del área del círculo correspondiente)

La altura del triángulo es : $h = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$,



luego el área del triángulo es:

$S_2 = \dfrac{1}{2} 2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$

Luego el área del triángulo curvilíneo es: $S = 3S_1 - 2S_2 = 3\dfrac{2\pi}{3} - 2\sqrt{3} = 2(\pi - \sqrt{3})$

PROBLEMA 30 2007 - Primera fase - nº 11

La recta tangente a $y = x^3 - 2x^2 + 1$ en $(1, 0)$, además de tocar a la curva en $(1, 0)$ la corta también en:

$\boxed{\text{A) } (0, 1)}$ B) $(-1, -4)$ C) $(2, 1)$ D) $(3, 10)$ E) $(-2, -11)$

Sea $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$, entonces:

$f'(x) = 3x^2 - 4x$, $f'(1) = -1$

luego la ecuación de la tangente en $(1, 0)$ es: $y - 0 = -1(x - 1) \Rightarrow y = -x + 1$.

Los puntos de corte con $y = f(x)$:

$$\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = x^3 - 2x^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow -x + 1 = x^3 - 2x^2 + 1 \Rightarrow x^3 - 2x^2 + x = 0$$

Luego: $x^3 - 2x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 2x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Si $x = 0 \Rightarrow y = 1$, luego el punto es: $(0, 1)$